إصدار 28 فبراير 2020

Espresso
A sip of filtered research

CAMBRIDGE Mathematics

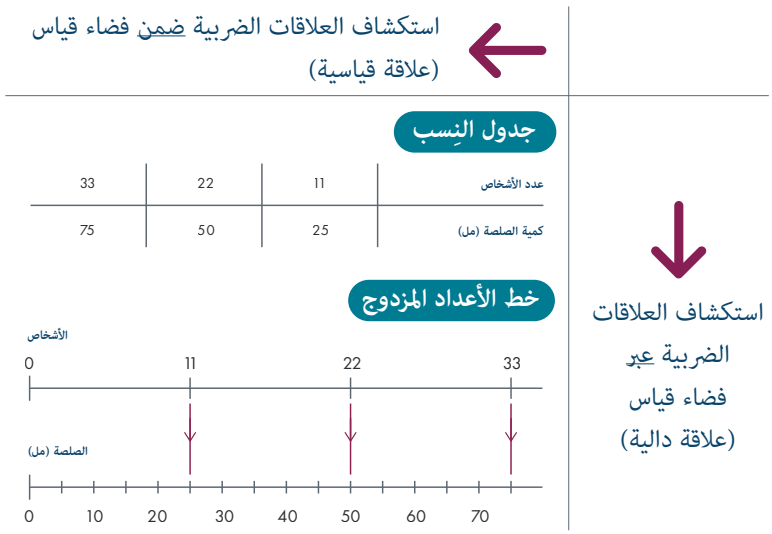
لوسي رايكروفت-سميث، ودارن مايسي، وراشيل هورسمان، وتابيثا غولد، 2020

تمثيلان بصريان محتملان للاستدلال التناسبي

يُعِدّ «آنت» حساءً حاراً لـ11 شخصاً، مستخدماً 25 مل من صلصة «التاباسكو».

تُعِدّ «بيا» الحساء نفسه لـ33 شخصاً.

فكم مل من صلصة «التاباسكو» تحتاج لتحضيره؟



منقول بتصرف عن «كوتشيمان» وآخرين (2014)[15]

نقطة النقاش

ما هي الاستنتاجات التي توصلت إليها البحوث بشأن الاستدلال التناسبي في تعليم الرياضيات؟

الملخص

- يشمل الاستدلال التناسبي فهم التناسب (التغير والثبات في العلاقات) ويجب أن يُضمّن في مجالات الرياضيات ويرتبط فيما بينها
- يوصى بتزويد الطلاب بمجموعة واسعة من التجارب في مجال الاستدلال التناسبي على مدى سنوات متعددة، وتبدأ هذه التجارب في المراحل التعليمية الأولى إلى جانب تطوير فهم الأعداد النسبية لديهم
- لا يقتصر الاستدلال التناسبي على العثور على القيَم الناقصة، بل هو طريقة لحل المسائل كفيلة بتوفير الأسس الهامة للتفكير الجبري
- يرجّح أن يؤدي حفظ القواعد مبكراً إلى عرقلة تنمية مهارات الاستدلال التناسبي
- لا بدّ من تزويد الطلاب بفرص لتخطيط مسائل التناسب والعلاقات بين الكميات ووصفها وتمثيلها بطرق غير رسمية ومبتكرة قبل الانتقال إلى الرموز والجبر
- لا بدّ من تشجيع الطلاب على استكشاف مختلف مجالات الرياضيات (بما يشمل الميل، والمقياس، والاحتمالات، والمتجهات، والمعدلات) باستخدام الاستدلال التناسبي للعثور على الروابط والتشابهات

1 إن الاستدلال التناسبي، أي تصنيف العلاقات الضربية وفهمها والتعامل معها، أساسي في كافة دروس الرياضيات[3]، وهو يشمل استخدام التناسب وفهمه، وبمعنى آخر «التمكن من المقارنة بين كيانات مختلفة من حيث المضاعفة»[4(ص 47)]. ويتخذ التناسب شكلَين: ثابت (أزواج القيَم أو الكسور أو النسَب) أو دينامي (الدوال الخطية ومعدلات التغير)[5] ولا بدّ من استكشاف الشكلَين بمرونة. ويشمل ذلك تمييز الفَرق بين التغير المطلق والتغير التناسبي وإدراك أن العلاقة بين الكميات في نسبة معيّنة ثابتة[6]، بالإضافة إلى الحرص على صواب الافتراضات عند توصيف مثل هذه العلاقة[7]. والاستدلال التناسبي هو رابط أساسي بين عدد من المواضيع في سياقات مختلفة تشمل الأعداد والهندسة والاحتمالات والإحصاء، ولا بدّ إذاً من دمجه في منهاج تعليم كافة هذه المبادئ[8]، كما لا يمكن تطويره بسرعة أو سهولة، إذ يقتضي إتقانه خوض مجموعة واسعة من التجارب التي تمتد على عدد من السنوات[7].

دلالات الفقرة الأولى:

الاستدلال التناسبي شرط أساسي من شروط تعلّم الرياضيات، ويشمل فهم التغير والثبات

لا بدّ من الحرص على تكامل الاستدلال التناسبي وترابطه في مجالات الرياضيات المختلفة، مثل الأعداد، وعلم الهندسة، والاحتمالات، والإحصاء

يجدر بالطلاب خوض مجموعة واسعة من التجارب في مجال الاستدلال التناسبي على مدى سنوات متعددة لإتقان تطبيقه

2

يجب تنمية مهارات الاستدلال التناسبي بموازاة فهم الأعداد النسبية[9] وذلك من التجارب المبكرة[10] (التعليم ما قبل المدرسي)، مثل المقارنة، والقياس، والبناء، والتشارك، والنمو، والتقليص. كذلك يعتمد الاستدلال التناسبي على فهم مبدأ التقسيم (التقسيم إلى أجزاء متساوية) وتكوين الوحدات (قياس أجزاء متساوية متعددة كوحدة واحدة). وتسمح دراسة المسائل باستخدام الاستدلال التناسبي للطلاب بتشكيل إطار للتفكير بالعلاقات وتبريرها، وبالتالي «لا تظهر الحسابات العددية من العدم»[7(ص 116)]، وقد تؤدي خيارات القيَم المدروسة المستخدمة في المسائل إلى الحاجة إلى الاستدلال الضربي. ويميل المعلّمون إلى المبالغة في تفسير إجابات الطلاب ويظنون أنهم قد فهموا مبدأ التناسب بناءً على صحة الإجابة[11]. قد يعيق استخدام القواعد «المختصرة» في مراحل مبكرة تطور مهارات الاستدلال التناسبي، بحيث قد يطبقها الطلاب من دون تفكير[4]، لأنه غالباً ما يقتصر تعليم الاستدلال التناسبي على حفظ خطوات حل مسائل تتمحور حول قيمة ناقصة[7].

دلالات الفقرة الثانية:

بإمكان الطلاب الصغار استكشاف أفكار مبكرة في مجال الاستدلال التناسبي وتنمية مهارات فهم الأعداد النسبية، بناءً على مبادئ البناء والتقسيم وتكوين الوحدات

لا يقتصر نجاح الاستدلال التناسبي على إجابة واحدة بالضرورة

قد يساهم حفظ القواعد في تشجيع الطلاب على تطبيق القواعد من دون تفكير، ما قد يعيق تنمية مهارات الاستدلال التناسبي

3

يرجّح أن يساهم الاستدلال التناسبي، بمعنى «التركيز المبكر على تنمية قدرة الأطفال على تصور الأفكار والعلاقات المعقدة والتفكير فيها والتعامل معها»، في تمكين الطلاب من فهم الجبر بشكل أفضل[7(ص 100)]. والاستدلال التناسبي والاستدلال الجبري مرتبطان ارتباطاً جوهرياً، لا سيما أن نموذج الدالة الخطية مبني على التعرّف إلى علاقة نسبية[12]. ولا بدّ من تزويد الطلاب بفرص الاستكشاف ضمن مقياس (علاقة قياسية) وعبر المقاييس (علاقة دالّية). يرجى الاطلاع على الرسم التوضيحي[1].

دلالات الفقرة الثالثة:

الاستدلال التناسبي جزء رئيسي من أساس التفكير الجبري، ولا بدّ من توضيح الرابط بين المفهومَين للطلاب

4

عند النظر في مسائل التناسب، لا بدّ من تزويد الطلاب بفرصة استكشاف حالة المسألة والكميات ذات الصلة وتمثيلها باستخدام الأدوات اليدوية والمخططات قبل محاولة نمذجة الحالة باستخدام الرموز أو الأساليب الرسمية[13]. ولا بدّ من حث الطلاب بشكل روتيني على تحديد الكميات الثابتة أو غير الثابتة أو المتغيرة، ووصف كيفية تغير العلاقات بين الكميات باستخدام لغة وصفية. كما لا بدّ من تشجيعهم على نمذجة العلاقات ذهنياً ورسم المخططات[14]. وقد يكون عرض العلاقات التناسبية باستمرار على الطلاب في إطار سياقات متنوعة، مثل المَيل، والمقياس، والاحتمالات، والمتجهات، والمعدلات فعالاً بشكل خاص[8، 10، 14].

دلالات الفقرة الرابعة:

لا بدّ من تزويد الطلاب بفرص تمثيل مسائل التناسب والكميات بطرق غير رسمية ومبتكرة قبل الانتقال إلى الرموز والجبر

من المهم تزويد الطلاب بفرص متكررة لوصف الكميات التي تتغير معاً وتخطيطها بطرق مختلفة، وذلك في إطار الاستدلال التناسبي

لا بدّ من تشجيع الطلاب على استكشاف مختلف مجالات الرياضيات (بما يشمل المَيل، والمقياس، والاحتمالات، والمتجهات، والمعدلات) باستخدام الاستدلال التناسبي، أي ملاحظة الروابط والتشابهات

> «يتسم التفكير الضربي بالمركزية، بما لا يقتصر على الرياضيات، ويشمل تطبيقَ الرياضيات على التوظيف والحياة اليومية، لا سيما باستخدام النسَب المئوية والحصص»
>
> هودجن وآخرون، 2014 [1(ص168)]

> «بهدف تطوير قدرة الأطفال على فهم الأعداد بشكل منطقي، لا بدّ من الحرص على تعاملهم مع الأرقام من زاوية العلاقات والكميات أيضاً»
>
> أسكيو، 2011 [2]

المراجع

1. Hodgen, J., Coe, R., Brown, M., & Küchemann, D. (2014). Improving students' understanding of algebra and multiplicative reasoning: Did the ICCAMS intervention work? In S. Pope (Ed.), *Proceedings of the 8th British Congress of Mathematics Education* (pp. 167–174). BCME 8.
2. Askew, M. (2011, September 28). *Reasoning: Number as relations*. Mike Askew: Transforming Primary Maths.
3. Brown, M., Küchemann, D., & Hodgen, J. (2010). The struggle to achieve multiplicative reasoning 11–14. In M. Joubert & P. Andrews (Eds.), *Proceedings of the 7th British Congress of Mathematics Education* (pp. 49–56).
4. Cetin, H., & Ertekin, E. (2011). The relationship between eighth grade primary school students' proportional reasoning skills and success in solving equations. *International Journal of Instruction, 4*(1), 47–62.
5. Lundberg, A. L. V., & Kilhamn, C. (2016). Transposition of knowledge: Encountering proportionality in an algebra task. *International Journal of Science and Mathematics Education, 16*(3), 559–579.
6. Watson, A., Jones, K., & Pratt, D. (2013). Ratio and proportional reasoning. In *Key ideas in teaching mathematics* (pp. 41–68). Oxford University Press.
7. Smith, J. P., & Thompson, P. W. (2008). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 95–132). Routledge.
8. Ayan, R., & Isiksal-Bostan, M. (2019). Middle school students' proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50*(1), 65–81.
9. Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629–668). Information Age Publishing.
10. Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*, 127–155.
11. Thompson, P. W., & Thompson, A. G. (1994). Talking about rates conceptually, part 1: A teacher's struggle. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(3), 279–303.
12. Cramer, K., & Post, T. (1993). Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher, 86*(5), 404–407.
13. Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(4), 254–261.
14. Lim, K. H. (2009). Burning the candle at just one end. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(8), 492–500.
15. Küchemann, D., Hodgen, J., & Brown, M. (2014). The use of alternative double number lines as models of ratio tasks and as models for ratio relations and scaling. In S. Pope (Ed.), *Proceedings of the 8th British Congress of Mathematics Education* (pp. 231–238). BCME 8.

The English language version of the *Espresso* shall prevail in case of any inconsistencies with the translated version

جميع الحقوق محفوظة © Cambridge Mathematics (2025)

لإبداء الملاحظات
امسح الرمز

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS & ASSESSMENT

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE Faculty of Mathematics

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE Faculty of Education